

Niezawodność i bezpieczeństwo

Skrypt do zajęć ćwiczeniowych.

Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Lądowej, kierunek Transport, studia drugiego stopnia, semestr I

Dr inż. Rafał Kucharski

Zakład Systemów Komunikacyjnych, Politechnika Krakowska

rkucharski@pk.edu.pl

Organizacja i warunki zaliczenia

- Ćwiczenia odbywają się co dwa tygodnie w formie audytoryjnej.
- Ćwiczenia wykonywane są w grupach trzyosobowych.
- Ćwiczenie jest zaliczone po wykonaniu go na zajęciach, zaakceptowaniu przez prowadzącego i oddaniu sprawozdania (wykonywane na bieżąco w trakcie zajęć).
- Każda grupa ćwiczeniowa oddaje jedno sprawozdanie (wzory załączone poniżej).
- Dopuszczalna jest jedna nieobecność na ćwiczeniu. Za nieobecność uznaje się brak przekazanego sprawozdania.
- Do przeprowadzenia ćwiczenia wymagany jest własny komputer (jeden na grupę ćwiczeniową) i model podróży (wykonany na semestrze 6 w ramach ćwiczeń projektowych z przedmiotu PST).

| tygodnie nieparzyste | | | tygodnie parzyste | | |
|----------------------|------------|-----------------|-------------------|------------|--------------|
| 1 | 01.03.2017 | Wprowadzenie | 1 | 08.03.2017 | Wprowadzenie |
| 2 | 15.03.2017 | Ćwiczenie 1 | 2 | 22.03.2017 | Ćwiczenie 1 |
| 3 | 29.03.2017 | Ćwiczenie 2 | 3 | 05.04.2017 | Ćwiczenie 2 |
| 4 | 12.04.2017 | Ćwiczenie 3 | 4 | 19.04.2017 | Ćwiczenie 3 |
| 5 | 26.04.2017 | Ćwiczenie 4 | 5 | 03.05.2017 | majówka |
| 6 | 10.05.2017 | Ćwiczenie 5 | 6 | 17.05.2017 | Ćwiczenie 4 |
| 7 | 24.05.2017 | Ćwiczenie 6 | 7 | 31.05.2017 | Ćwiczenie 5 |
| 8 | 07.06.2017 | termin zapasowy | 8 | 21.06.2017 | Ćwiczenie 6 |

Wstęp teoretyczny i dane wejściowe

- Skrypt zawiera wstęp teoretyczny i ćwiczenia.
- Ćwiczenia wykonywane będą przez studentów w trakcie zajęć.
- Poniższe ćwiczenia dotyczą niezawodności na przykładzie miejskich sieci transportowych. Tematyka bezpieczeństwa poruszana jest na zajęciach projektowych, na ćwiczeniach tematyką jest niezawodność.
- Do ćwiczeń wymagany jest Modelu Ruchu wykonany na przedmiocie PST na semestrze 6.

Def. 1. Sieć transportowa

Siecią transportową nazywamy zbiór węzłów $n \in N$, oraz odcinków $a \in A$, tworzących graf skierowany $G(N,A)$. W odniesieniu do sieci drogowej węzły reprezentują skrzyżowania (*Nodes*), a odcinki to odcinki uliczne łączące węzły (*Links*).

Def. 2. Model ruchu

Model ruchu M składa się z:

- sieci transportowej $G(N,A)$,
- więźby ruchu Q_{ij}
- wyników rozkładu ruchu wyrażonych w postaci:
 - a. potoków pojazdów na ścieżkach q_k , i/lub
 - b. potoków pojazdów na każdym z odcinków q_a

Oznaczać go będziemy jako $q=M(G,Q)$ i rozumieć jako obliczenie działające na sieci G i więźbie ruchu Q , dostarczające informacje o obciążeniu sieci ruchem q .

Model ruchu M to plik *.ver* przygotowany na zajęciach z PST, graf G to układ drogowy, a więźba Q to obliczona na podstawie modelu popytu więźba ruchu używana w programie. Wyniki modelowania, czyli potoki q otrzymujemy na podstawie procedury rozkładu ruchu *PrT Assignment*, każda zmiana w grafie, lub w więźbie wymaga obliczenia ścieżek na nowo procedurą rozkładu ruchu.

Dane wejściowe do obliczeń otrzymujemy z modelu na podstawie atrybutów elementów sieci dla odcinków *links*, lub ścieżek *PrTPaths*:

- potoki pojazdów q_a otrzymujemy z parametru *VolVehPrT(AP)* (w ciągu godziny szczytu popołudniowego)
- długość odcinka to parametr *Length*,
- prędkość w ruchu swobodnym to $v0$, po obciążeniu potokiem q_a to $vcur$
- prędkość w ruchu swobodnym to $t0$, po obciążeniu potokiem q_a to $tcur$

Ćwiczenie 1. Odczytanie wskaźników sieciowych. Minimalne cięcie grafu.

| | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| Imię i nazwisko | Imię i nazwisko | Imię i nazwisko |
| | | |

A. Analiza wyników rozkładu ruchu

| odcinek: | atrybut | nr | wartość |
|--|-----------------|----|---------|
| o największym potoku | $VolVehPrT(AP)$ | | |
| o największym stopniu wykorzystania przepustowości | $VolCapRatio$ | | |
| o najdłuższym czasie przejazdu | $tCur(C)$ | | |
| o najniższej prędkości | $vCur(C)$ | | |

| |
|--|
| liczba odcinków o stopniu wykorzystania przepustowości poniżej 75% |
| |

| węzeł: | atrybut | nr | wartość |
|----------------------|-----------------|----|---------|
| o największym potoku | $VolVehPrT(AP)$ | | |

| relacja skrętna: | atrybut | nr (From, Via, To) | wartość |
|----------------------|-----------------|--------------------|---------|
| o największym potoku | $VolVehPrT(AP)$ | | |

| element: | Z | Do | Wartość |
|---|---|----|---------|
| więźby ruchu o największym potoku | | | |
| macierzy kosztów o najdłuższym czasie przejazdu | | | |
| macierzy kosztów o najdłuższym wydłużeniu czasu przejazdu | | | |
| macierzy kosztów o największej pracy przewozowej | | | |

Wyznaczanie całkowitych kosztów podróży w sieci transportowej: czasu (pojazdo-godzin) i przemieszczenia (pojazdo-kilometrów)

Dla modelu ruchu $q=M(G,Q)$ oblicz całkowite koszty przemieszczeń C wyrażone w:

- pojazdo-godzinach, wyrażają całkowity czas przemieszczeń;
- pojazdo-kilometrach, wyrażają całkowite przemieszczenie (pokonany dystans).

Koszty te mogą być obliczone na dwa równoważne sposoby:

- jako suma kosztów wszystkich ścieżek $k \in K$:
$$C = \sum_{k \in K} q_k \cdot c(k)$$

, gdzie $c(k)$ to koszt danej ścieżki, np. jej czas t_a , lub długość l_a , a q_k to potok pojazdów na tej ścieżce.

- jako suma kosztów wszystkich odcinków w sieci $a \in A$:
$$C = \sum_{a \in A} q_a \cdot c_a,$$

, gdzie c_a to koszt przejazdu danego odcinka, np. czas t_a , lub długość l_a , a q_a to potok pojazdów na tym odcinku.

Na podstawie prac przewozowych i liczby podróży N określ podstawowe wskaźniki dla sieci:

| Parametr | symbol | wartość |
|-------------------------|-------------------|---------|
| liczba podróży | N | |
| pojazdokilometry | D_{tot} | |
| pojazdogodziny | T_{tot} | |
| średnia prędkość | D_{tot}/T_{tot} | |
| średnia długość podróży | D_{tot}/N | |
| średni czas podróży | T_{tot}/N | |

Minimalne cięcie grafu

Cięciem grafu nazywamy podzbiór odcinków grafu, który dzieli graf na dwie rozłączne części (podgrafy). W odniesieniu do sieci transportowej, cięciem będzie taki zbiór odcinków, który dzieli sieć na dwie części pomiędzy którymi nie ma połączeń (metoda szukania najkrótszej ścieżki nie znajduje połączeń). W ćwiczeniu tym należy zidentyfikować linie cięcia sieci na dwa rozłączne grafy i wybrać cięcia najmniejsze (wąskie gardła). Naturalnymi cięciami sieci transportowej są przeszkody przestrzenne: rzeki, kolej, autostrady, które przecina niewielka ilość połączeń (mostów/tuneli/przejazdów).

W sieci transportowej cięcia rozpatruje się z punktu widzenia pary źródło-cel ij i jej ścieżek k_{ij} . Cięciem, w tym ćwiczeniu, niech będzie taki podzbiór $c_{ij}=\{a:a \in A\}$ odcinków grafu, który ma niepuste przecięcie z każdą ścieżką $\forall k \in k_{ij} c \cap k \neq \emptyset$. Innymi słowy należy znaleźć taki zbiór odcinków, który

przetnie wszystkie ścieżki k_{ij} . Zbiór wszystkich cięć nazwijmy $C_{ij}=\{c_{ij}\}$, w tym zbiorze interesuje nas cięcie minimalne $c_{ij} \in C_{ij}$, czyli (w zależności od przyjętej heurystyki):

- a) najmniej liczne (zawierające najmniej odcinków)

$$\min_{C_{ij}} |c_{ij}|$$

- b) o najmniejszej sumarycznej przepustowości

$$\min_{c_{ij} \in C_{ij}} \sum_{a \in c_{ij}} q_a^{\max}$$

Dla zadanego modelu ruchu $q=M(G,Q)$, określ parę źródło-cel ij o największej liczbie podróży $Q_{ij}^{\max} = \max_{i,j \in Z} Q_{ij}$. Przeanalizuj możliwe ścieżki k_{ij} i na ich podstawie określ minimalne cięcie grafu ze względu na parę ij pod kątem kryterium (a) liczności i (b) przepustowości.

| Cięcie grafu | |
|--------------|--|
| Odcinki | |

Ćwiczenie 2. Identyfikacja wrażliwych elementów sieci

| Imię i nazwisko | Imię i nazwisko | Imię i nazwisko |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| | | |

Dla danego modelu ruchu $q=M(G,Q)$ zidentyfikuj odcinki sieci transportowej potencjalnie wrażliwe $W = \{w\} \subseteq A$, czyli takie których niesprawność spowoduje znaczne zwiększenie kosztów przemieszczeń C . Odcinki w mogą być identyfikowane na podstawie następujących kryteriów (Tampere, 2007):

1. kryterium największego potoku:

$$w_1 = \max_{a \in A} q_a ;$$

2. kryterium największego zatłoczenia:

$$w_2 = \max_{a \in A} (q_a / q_a^{\max}), \text{ gdzie } q_a^{\max} \text{ to przepustowość odcinka } a;$$

3. kryterium największej liczby ścieżek:

$$w_3 = \max_{a \in A} |k(a)|, \text{ gdzie } |k(a)| \text{ to liczba ścieżek o dodatnim potoku } q_k \text{ przebiegająca przez dany odcinek};$$

4. kryterium minimalnego cięcia grafu. Odcinek należący do minimalnego cięcia grafu $a \in c_{ij}$ (0) o największym potoku:

$$w_4 = \max_{a \in c_{ij}} q_a$$

5. kryterium minimalnego cięcia grafu. Odcinek należący do minimalnego cięcia grafu $a \in c_{ij}$ (Ćwiczenie 2) o największym zatłoczeniu:

$$w_5 = \max_{a \in c_{ij}} (q_a / q_a^{\max})$$

6. kryterium największego wydłużenia czasu:

$$w_6 = \max_{a \in A} t_a$$

7. kryterium najszybszego zapełnienia się odcinka. Odcinek z którego najszybciej *rozleje się* kolejka pojazdów gdy będzie zablokowany:

$$w_7 = \min_{a \in A} ((l_a / q_a) (J_{\max} \cdot p_a - q_a / v_a))$$

, gdzie l_a to długość odcinka, a J_{\max} to średnia gęstość pojazdów stojących w korku (zob. 0).

8. kryterium wydłużenia czasu z uwzględnieniem prawdopodobieństwem wydarzenia. Jest to modyfikacja kryterium największego wydłużenia czasu (6) uwzględniająca prawdopodobieństwo zdarzenia π_a (w najprostszym przypadku można założyć, że $\pi_a = q_a \cdot l_a$, czyli p-wo zdarzenia jest funkcją pojazdo-kilometrów):

$$w_8 = \max_{a \in A} (\pi_a)$$

9. kryterium propagacji zatłoczenia. Odcinek którego poprzedniki są wrażliwe z punktu widzenia któregoś z powyższych kryteriów, najczęściej chodzi o kryterium najszybszego zapełnienia się odcinka (7). Kryterium to pozwala uchwycić te odcinki na których łączą się potoki z kilku odcinków wrażliwych, np. łącznica na autostradzie:

$$w_9^a = \max_{a \in A} \left(\sum_{b \in a^-} w_i^b \right)$$

, gdzie a^- to zbiór poprzedników odcinka a , wszystkie odcinki połączone bezpośrednio z odcinkiem a (za pomocą węzła).

Analiza wrażliwości kosztów podróży C na zamknięcie odcinków wrażliwych w

Dla każdego ze zidentyfikowanych odcinków wrażliwych $W=\{w\}$ znalezionych w 0 określ całkowite koszty podróży C^w po usunięciu tego odcinka z sieci i to jak wzrastają one w stosunku do kosztów bazowych C .

Aby to obliczyć wyrazimy koszt C jako funkcje modelu $C(q=M(G,Q))$, a więc sieci G i więźby Q . Więźba będzie stała, natomiast sieć będzie się zmieniać – kolejno wyłączać będziemy z niej odcinki wrażliwe. Dla każdego z odcinków wrażliwych $w \in W$ określmy modyfikację sieci $G(N,A) \rightarrow G^w = G(N, A \setminus \{w\})$, czyli usunięcie odcinka wrażliwego w . Z siecią tą związany jest nowy model $q=M(G^w,Q)$, oraz nowe koszty $C^w(q=M(G^w,Q))$, które należy obliczyć (obliczając na nowo rozkład ruchu).

Dla każdego ze zidentyfikowanych odcinków wrażliwych $w \in W$ określ:

- koszty C^w wyrażone w pojazdo-godzinach i pojazdo-kilometrach związane z zamknięciem tego odcinka
- wrażliwość sieci na zamknięcie odcinka w : $\Delta C^w = C^w / C$

Określ odcinek najbardziej wrażliwy $w_{\max} = \max_{w \in W} \Delta C^w$.

| kryterium (nr) | odcinek (nr) | D_{tot}^w | T_{tot}^w | ΔD | ΔT |
|----------------|--------------|-------------|-------------|------------|------------|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

Pomocnicze: Obliczanie krytycznej gęstości ruchu J_{\max} z obserwacji kolejek.

Dla wybranych 5 kolejek o długości co najmniej 10 pojazdów odnalezionych na zdjęciach satelitarnych

Krakowa określ średnią długość przypadającą na pojazd $J_{\max} = \frac{n}{l}$ wyrażoną jako iloraz liczby pojazdów w kolejce n i długości kolejki l .

Ćwiczenie 3. Zmniejszenie wrażliwości sieci

| | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| Imię i nazwisko | Imię i nazwisko | Imię i nazwisko |
| | | |

Dla najbardziej wrażliwego odcinka sieci w_{\max} znalezionej w poprzednim ćwiczeniu zmodyfikuj sieć transportową $G \rightarrow G'$ dodając węzły, lub odcinki tak, żeby zminimalizować wrażliwość sieci ΔC^w . Należy określić wrażliwość sieci G' na zamknięcie odcinka w ($\Delta C^w(G')$) oraz porównać z wrażliwością sieci bazowej G na zamknięcie tego odcinka $\Delta C^w(G)$. Należy zaproponować 3 rozwiązania (3 modyfikacje sieci G) i wybrać to, dla którego wrażliwość jest najmniejsza.

| Zmiana wrażliwości sieci (mierzona poprzez zmianę pojazdogodzin T_{tot}) | | | |
|---|------------|----------------------|------------|
| modyfikacja | sieć pełna | sieć bez odcinka w | ΔT |
| G | | | |
| G' | | | |
| G'' | | | |
| G''' | | | |

Ćwiczenie 4. Krzywa zmiany pracy przewozowej wraz ze zmianą popytu

| | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| Imię i nazwisko | Imię i nazwisko | Imię i nazwisko |
| | | |

Dla zadanej więźby ruchu w modelu Q odczytaj pracę przewozową w pojazdo-kilometrach D_{tot} i pojazdo-godzinach T_{tot} . Narysuj funkcję zmiany tych prac przewozowych od zmian w więźbie $\Delta C(Q)$. Dla każdej pary źródło cel w więźbie q_{od} zwiększ/zmniejsz ją odpowiednio $q_{od} \rightarrow k \cdot q_{od}$. Określ przebieg zmienności dla przedziałów:

a) $k \in (0.8, 1.2)$ – małe wahania systematyczne

| k | D_{tot} | T_{tot} |
|-----|-----------|-----------|
| 0.8 | | |
| 0.9 | | |
| 1 | | |
| 1.1 | | |
| 1.2 | | |

b) $k \in (0.1, 1)$ – wrażliwość kosztów na znaczny spadek potoków

| k | D_{tot} | T_{tot} |
|-----|-----------|-----------|
| 0.1 | | |
| 0.2 | | |
| 0.3 | | |
| 0.5 | | |
| 1 | | |

c) $k \in (1, 5)$ – wrażliwość kosztów na znaczny wzrost potoków

| k | D_{tot} | T_{tot} |
|-----|-----------|-----------|
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | | |
| 5 | | |

Wyniki przedstaw na wykresach: $C(Q)$, $\Delta C(Q)$, lub $\Delta C(k)$

Ćwiczenie 5. Konsekwencje chwilowego zakłócenia (np. wypadku) na odcinku w dynamicznym modelu ruchu.

| | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| Imię i nazwisko | Imię i nazwisko | Imię i nazwisko |
| | | |

W ćwiczeniu tym określimy konsekwencje zakłócenia – chwilowej niesprawności odcinka sieci drogowej. Opis taki możliwy jest w modelu dynamicznym, gdzie charakterystyki modelu M są wyrażone jako funkcja czasu τ , np. potok na odcinku q_a staje się funkcją czasu $q_a(\tau)$. Pozwala to na bardziej realistyczny opis przepływu pojazdów, oraz pokazanie dodatkowych charakterystyk w formie wykresu zmienności w czasie:

- czas przejazdu dla pojazdów wjeżdżających w danym momencie $t_a(\tau)$;
- liczba pojazdów na odcinku $N_a(\tau)$;
- długość kolejki, w pojazdach $Q_a(\tau)$;
- liczba pojazdów wjeżdżających $e_a(\tau)$ i wyjeżdżających $f_a(\tau)$ z odcinka.

W tym ćwiczeniu w dynamicznym modelu ruchu $M(\tau)$ zamodelujemy zakłócenie (np. wypadek, awarię, blokadę) jako zmianę w sieci $G(\tau) \rightarrow G'(\tau)$. Sieć jest funkcją czasu, bo parametry odcinków zmieniają się w czasie. Zakłócenie zamodelujemy poprzez zmianę parametrów odcinka a na pewien czas, co pozwoli zasymulować zakłócenie (np. wypadek, zwężenie, awarię) i jego konsekwencje na przepływ pojazdów. W szczególności dla zadanego okresu $\tau_{awarii} = [\tau_-; \tau_+]$ spadnie (1) przepustowość $q_a^{\max}(\tau_{awarii}) < q_a^{\max}$, lub (2) prędkość $v0_a(\tau_{awarii}) < v0_a$. Dla takiej zmodyfikowanej sieci symulujemy przepływ pojazdów na z góry przypisanych ścieżkach (procedura: *Dynamic Network Loading*) w wyniku czego otrzymujemy opis przepływu pojazdów przez sieć z zakodowanym zdarzeniem (wypadkiem) i warunki tego przepływu (np. czasy przejazdu).

Należy opisać efekty zdarzenia podając:

| charakterystyka | wartość |
|--|---------|
| okres awarii; | |
| moment w którym kolejka jest najdłuższa, ile pojazdów obejmuje | |
| moment w którym kolejka znika i stan wraca do normy | |
| jeśli kolejka rozlała się na inne elementy w sieci podać maksymalny zasięg zakłócenia; | |
| liczbę pojazdów które odczują zakłócenia | |
| maksymalny czas przejazdu odcinka z zakłóceniem | |

Zawodność i niezawodność elementów

Zdefiniujmy zawodność odcinka F_a jako prawdopodobieństwo wystąpienia takiego zdarzenia (np. zatoru drogowego), które powodujące nieprzejezdność (niesprawność). Założymy tu, że p-wo zdarzenia (wypadku, zatoru, blokady) na jeden pojazdokilometr jest stałe i wynosi π^1 , niezależnie od odcinka a . Pozwala to wyrazić zawodność odcinka formułą $F_a(q_a) = \pi \cdot q_a \cdot l_a$.

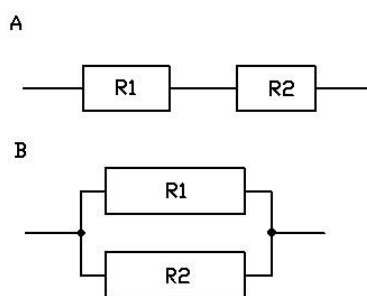
Z kolei niezawodność odcinka R_a to p-wo, że na danym odcinku nie będzie miało miejsce zdarzenie powodujące nieprzejezdność/niesprawność. Zakładamy dwa możliwe stany odcinka: sprawność R_a i niesprawność F_a , co pozwala zastosować jedynekę prawdopodobieństwa: $F_a + R_a = 1$, a więc $R_a(q_a) = 1 - \pi \cdot q_a \cdot l_a$.

Odcinek o największym prawdopodobieństwie wystąpienia zdarzenia

Znajdź odcinek o największym prawdopodobieństwie wystąpienia zdarzenia $F_a(q_a) = \pi \cdot q_a \cdot l_a$ i sprawdź jak jego zablokowanie wpłynie na koszty.

Zawodność i niezawodność układów

Wzory powyższe (F_a, R_a) zachodzą dla pojedynczych elementów, zazwyczaj jednak systemy, których niezawodność badamy są złożone. Wyróżnimy dwa podstawowe układy: szeregowy (A) i równoległy (B) (rys. 1).



Rysunek 1 Układ szeregowy (A) i równoległy (B)

W ogólności:

- układ szeregowy (oznaczony we wzorach $U/$) jest:
 - a. niesprawny jeśli niesprawny jest co najmniej jeden element
 - b. sprawny tylko jeśli sprawne są wszystkie elementy
- układ równoległy (oznaczony we wzorach $U//$), jest:
 - a. niesprawny tylko jeśli niesprawne są wszystkie elementy
 - b. sprawny jeśli sprawny jest co najmniej jeden element

Dla obliczenia zawodności i niezawodności układów użyjemy prawdopodobieństwa następujących zdarzeń.

Układ szeregowy $U/$ jest sprawny (R) tylko wtedy, gdy sprawne są wszystkie jego elementy. Co można przedstawić w formie iloczynu $R_{U/} = \prod_{a \in U/} R_a = \prod_{a \in U/} (1 - F_a) = \prod_{a \in U/} (1 - \pi \cdot q_a \cdot l_a)$ wyrażającego

niezawodność układu szeregowego. Stosując jedynekę prawdopodobieństwa $F_a + R_a = 1$ możemy określić p-wo niesprawności układu jako $F_{U/} = 1 - \prod_{a \in U/} (1 - \pi \cdot q_a \cdot l_a)$.

Układ równoległy $U//$, z kolei, jest niesprawny (F) wtedy gdy niesprawne są wszystkie jego elementy, co można wyrazić w formie iloczynu: $F_{U//} = \prod_{a \in U//} F_a = \prod_{a \in U//} (\pi \cdot q_a \cdot l_a)$. Stosując jedynekę

prawdopodobieństwa $F_a + R_a = 1$ możemy określić p-wo niesprawności układu jako $R_{U//} = 1 - \prod_{a \in U//} (\pi \cdot q_a \cdot l_a)$

Dla dowolnego układu zachodzi jedynekę prawdopodobieństwa, czyli $F_a + R_a = 1$.

¹ rzeczywisty wskaźnik wypadkowości jest zależny od wielu czynników wpływających na bezpieczeństwo i powinien być obliczony osobno na podstawie odrębnej analizy.

Ćwiczenie 6. Niezawodność układu szeregowego i równoległego przy zadanym stałym prawdopodobieństwie zdarzenia na pojazdokilometrze.

| | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| Imię i nazwisko | Imię i nazwisko | Imię i nazwisko |
| | | |

Układ szeregowy (ścieżka)

Dla pary źródło-cel ij o największym potoku w więźbie Q_{ij} określ ścieżkę najkrótszą k_{ij} . Przedstaw ją w formie układu szeregowego $U|$ i określ zawodność F_a i niezawodność każdego z elementów R_a na podstawie pojazdokilometrów na każdym odcinku $q_{a|a}$ i zadanego p-wa zdarzenia π (np. 0.00005). Określ zawodność $F_{U|}$ i niezawodność układu $R_{U|}$.

| Układ szeregowy | |
|-----------------|------------------|
| Zawodność F | Niezawodność R |
| | |

Układ równoległy (ekran)

Przedstaw minimalne cięcie grafu (określone w 0) w formie połączenia równoległego $U||$ i określ prawdopodobieństwo, że dwa podgrafy na które dzielona jest sieć będą niepołączone, czyli zawodność $F_{U||}$ i niezawodność $R_{U||}$ układu równoległego.

| Układ szeregowy | |
|-----------------|------------------|
| Zawodność F | Niezawodność R |
| | |